

Tabla de derivadas

Con x y con una función: la regla de la cadena en la misma tabla · Grados de Ciencias, Ingeniería y Economía

Cómo se usa

Cada fila tiene dos versiones: **con x** y **con una función f** en su lugar. La segunda es la primera, multiplicada por la derivada f' de lo que haya dentro:

$$(\sin x)' = \cos x \quad \longrightarrow \quad (\sin x^2)' = \cos x^2 \cdot 2x.$$

Función	Con x	Con f
k (constante)	0	
x^n	$n x^{n-1}$	$n f^{n-1} f'$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{f'}{2\sqrt{f}}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$-\frac{f'}{f^2}$
e^x	e^x	$e^f f'$
a^x	$a^x \ln a$	$a^f \ln a f'$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$\frac{f'}{f}$
$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$	$\frac{f'}{f \ln a}$
$\sin x$	$\cos x$	$\cos f f'$
$\cos x$	$-\sin x$	$-\sin f f'$
$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \operatorname{tg}^2 x$	$\frac{f'}{\cos^2 f}$
$\operatorname{cotg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$	$-\frac{f'}{\sin^2 f}$
$\arcsen x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\frac{f'}{\sqrt{1-f^2}}$
$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$-\frac{f'}{\sqrt{1-f^2}}$
$\operatorname{arctg} x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\frac{f'}{1+f^2}$
$\sinh x$	$\cosh x$	$\cosh f f'$
$\cosh x$	$\sinh x$	$\sinh f f'$

Reglas de operación

Operación	Derivada
Suma	$(f + g)' = f' + g'$
Por una constante	$(k f)' = k f'$
Producto	$(f g)' = f' g + f g'$
Cociente	$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' g - f g'}{g^2}$
Cadena	$(h(f))' = h'(f) f'$
Función elevada a función	$(f^g)' = f^g \left(g' \ln f + g \frac{f'}{f} \right)$

Ejemplos de uso

1. **Exponencial con un polinomio dentro.** Fila de e^x , con $f = 3x^2$:

$$(e^{3x^2})' = e^{3x^2} \cdot 6x.$$

2. **Logaritmo.** Fila de $\ln x$, con $f = x^2 + 1$:

$$(\ln(x^2 + 1))' = \frac{2x}{x^2 + 1}.$$

3. **Dos funciones, una dentro de otra.** Fila de $\arctg x$ con $f = \sqrt{x}$, y la derivada de $\sqrt{x}$ sale de su propia fila:

$$(\arctg \sqrt{x})' = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{1 + (\sqrt{x})^2} = \frac{1}{2\sqrt{x}(1 + x)}.$$

4. **Producto.** Con $f = x^2$ y $g = \sin x$:

$$(x^2 \sin x)' = 2x \sin x + x^2 \cos x.$$

5. **Cociente.** Con $f = x$ y $g = x^2 + 1$:

$$\left(\frac{x}{x^2 + 1}\right)' = \frac{1 \cdot (x^2 + 1) - x \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}.$$

6. **Función elevada a función.** Con $f = x$ y $g = x$, para $x > 0$:

$$(x^x)' = x^x \left(1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x} \right) = x^x (\ln x + 1).$$

Errores típicos. Olvidar multiplicar por f' : $(\sin 3x)' = 3 \cos 3x$, no $\cos 3x$. Derivar $\ln f$ como $\frac{1}{f}$: falta f' arriba. Cambiar el orden del numerador del cociente: es $f'g - fg'$, y el signo importa. Tratar x^x como x^n (da $x \cdot x^{x-1}$, mal) o como a^x (da $x^x \ln x$, mal): el exponente y la base son variables, y hace falta la última regla.