

Tabla de primitivas

Con x y con una función: las inmediatas compuestas en la misma tabla · Grados de Ciencias, Ingeniería y Economía

Cómo se usa

Si en lugar de x hay una función f y **fuera multiplica su derivada f'** , la primitiva es la misma de la fila, con f en lugar de x . Sin cambio de variable:

$$\int \cos x \, dx = \sin x + C \quad \longrightarrow \quad \int \cos x^2 \cdot 2x \, dx = \sin x^2 + C.$$

Siempre $a > 0$ (y $a \neq 1$ en a^x). Las constantes salen fuera: $\int k g \, dx = k \int g \, dx$, y la integral de una suma es la suma de las integrales.

Con x	Con f y f' fuera
$\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1)$	$\int f^n f' \, dx = \frac{f^{n+1}}{n+1} + C$
$\int \frac{1}{x} \, dx = \ln x + C$	$\int \frac{f'}{f} \, dx = \ln f + C$
$\int e^x \, dx = e^x + C$	$\int e^f f' \, dx = e^f + C$
$\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int a^f f' \, dx = \frac{a^f}{\ln a} + C$
$\int \cos x \, dx = \sin x + C$	$\int \cos f f' \, dx = \sin f + C$
$\int \sin x \, dx = -\cos x + C$	$\int \sin f f' \, dx = -\cos f + C$
$\int \operatorname{tg} x \, dx = -\ln \cos x + C$	$\int \operatorname{tg} f f' \, dx = -\ln \cos f + C$
$\int \frac{1}{\cos^2 x} \, dx = \operatorname{tg} x + C$	$\int \frac{f'}{\cos^2 f} \, dx = \operatorname{tg} f + C$
$\int \frac{1}{\sin^2 x} \, dx = -\operatorname{cotg} x + C$	$\int \frac{f'}{\sin^2 f} \, dx = -\operatorname{cotg} f + C$
$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx = \operatorname{arcsen} x + C$	$\int \frac{f'}{\sqrt{1-f^2}} \, dx = \operatorname{arcsen} f + C$
$\int \frac{1}{1+x^2} \, dx = \operatorname{arctg} x + C$	$\int \frac{f'}{1+f^2} \, dx = \operatorname{arctg} f + C$
$\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} \, dx = \operatorname{arcsen} \frac{x}{a} + C$	$\int \frac{f'}{\sqrt{a^2-f^2}} \, dx = \operatorname{arcsen} \frac{f}{a} + C$
$\int \frac{1}{a^2+x^2} \, dx = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$	$\int \frac{f'}{a^2+f^2} \, dx = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{f}{a} + C$
$\int \cosh x \, dx = \sinh x + C$	$\int \cosh f f' \, dx = \sinh f + C$
$\int \sinh x \, dx = \cosh x + C$	$\int \sinh f f' \, dx = \cosh f + C$

Ajustar constantes

Si a f' le falta o le sobra *un número*, se mete dentro y se compensa fuera:

$$\int x \cos x^2 dx = \frac{1}{2} \int \cos x^2 \underbrace{2x}_{\text{falta el 2}} dx = \frac{1}{2} \sin x^2 + C,$$

$$\int \frac{6x}{x^2 + 1} dx = 3 \int \frac{\overbrace{2x}^{6x=3 \cdot 2x}}{x^2 + 1} dx = 3 \ln(x^2 + 1) + C.$$

Solo números: si falta una x , no es inmediata ($\int e^{x^2} dx$ no tiene primitiva elemental).

Por partes

$$\int f g' dx = \underbrace{f g}_{\text{copia, sin prima}} - \underbrace{\int f' g dx}_{\text{misma integral, prima movida}}$$

La prima va sobre lo que se sabe integrar; sin prima, lo que se simplifica al derivar (x^n , $\ln x$, $\arctg x$).

Ejemplos de uso

1. Potencia, $f = \ln x$: $\int \frac{\ln x}{x} dx = \int \ln x \cdot \frac{1}{x} dx = \frac{(\ln x)^2}{2} + C.$
2. Potencia con raíz, $f = x^2 + 1$: $\int x \sqrt{x^2 + 1} dx = \frac{1}{2} \int (x^2 + 1)^{1/2} 2x dx = \frac{1}{3} (x^2 + 1)^{3/2} + C.$
3. Arcotangente, $f = e^x$: $\int \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx = \int \frac{e^x}{1 + (e^x)^2} dx = \arctg e^x + C.$
4. Con la constante a : $\int \frac{1}{9 + x^2} dx = \frac{1}{3} \arctg \frac{x}{3} + C, \quad \int \frac{1}{\sqrt{4 - x^2}} dx = \arcsen \frac{x}{2} + C.$
5. Potencia, $f = \sin x$: $\int \sin^3 x \cos x dx = \int (\sin x)^3 \cos x dx = \frac{(\sin x)^4}{4} + C.$
6. Por partes, $e^x = (e^x)'$: $\int x (e^x)' dx = x e^x - \int (x)' e^x dx = x e^x - e^x + C.$

Errores típicos. $\int \frac{1}{x^2} dx$ no es un logaritmo: es la potencia $n = -2$, $\int x^{-2} dx = -\frac{1}{x} + C$; solo $n = -1$ da $\ln$. El valor absoluto: $\ln |x|$, no $\ln x$ (la función $\frac{1}{x}$ también existe para $x < 0$). Olvidar $+ C$. Integrar un producto factor a factor: $\int f g dx \neq \int f dx \cdot \int g dx$; un producto se lee en la tabla (si un factor es f') o va por partes.